

Έστω μια απλοποιημένη εκδοχή του καρτοπαιχνιδιού UNO (ένα από τα πιο δημοφιλή παιχνίδια με κάρτες στην Αμερική). Οι κάρτες χαρακτηρίζονται από δύο ιδιότητες:

- Χρώμα: Άσπρο (A) ή Μαύρο (M).
- Αξία: 0, 1, 2, 3 ή 4.

Στην αρχή του παιχνιδιού κάθε παίκτης λαμβάνει τέσσερις (4) κάρτες, οι οποίες θεωρούμε ότι είναι φανερές και στον αντίπαλο. Έστω οι δύο μας παίκτες, A και B, οι οποίοι έλαβαν τις ακόλουθες κάρτες:

Παίκτης A: $0^A, 1^M, 1^A, 4^A$

Παίκτης B: $1^A, 2^M, 2^A, 3^A$

Οι δύο παίκτες παίζουν εναλλάξ. Έστω ότι ξεκινά πρώτος ο παίκτης A. Αυτός επιλέγει μία από τις κάρτες του και την τοποθετεί πάνω στο τραπέζι, ξεκινώντας έτσι τη δημιουργία ενός σωρού από κάρτες. Στη συνέχεια, οι δύο παίκτες εναλλάσσονται προσθέτοντας κάθε φορά μία από τις δικές τους κάρτες στην κορυφή του σωρού, εφόσον πληρείται μία από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Η κάρτα που προσθέτουν είναι ίδιο χρώμα με την κάρτα στην κορυφή του σωρού.
- Η κάρτα που προσθέτουν είναι ίδιας αξίας με την κάρτα στην κορυφή του σωρού.

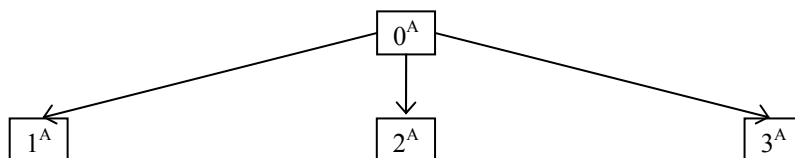
Εάν κάποιος παίκτης δεν έχει μια κατάλληλη κάρτα να προσθέσει στο σωρό, χάνει τη σειρά του. Θεωρούμε ότι το παιχνίδι παίζεται για δύο μόνο γύρους (δύο κινήσεις για κάθε παίκτη). Στο τέλος των δύο γύρων κάθε παίκτης χρεώνεται την αθροιστική αξία των καρτών που του έμειναν στα χέρια, ενώ νικητής αναδεικνύεται αυτός που έχει τη μικρότερη αθροιστική αξία.

Κατασκευάστε το δένδρο του παιχνιδιού εάν ο παίκτης A ξεκινήσει με την κάρτα 0^A .

Σημείωση: Στο πραγματικό παιχνίδι οι κάρτες είναι πολύ περισσότερες (τέσσερα χρώματα, αξίες από το 0 έως το 9, ειδικές κάρτες κλπ), ο κάθε παίκτης δεν γνωρίζει τις κάρτες του αντίπαλου, μπορούν να υπάρχουν περισσότεροι από δύο παίκτες και φυσικά υπάρχουν ανάλογοι κανόνες ([http://en.wikipedia.org/wiki/UNO_\(game\)](http://en.wikipedia.org/wiki/UNO_(game))).

Απάντηση:

Εάν ο παίκτης A κατεβάσει αρχικά την κάρτα 0^A , ο παίκτης B μπορεί να απαντήσει με τις 1^A , 2^A και 3^A . Άρα το δένδρο του παιχνιδιού για τον πρώτο γύρο είναι το:

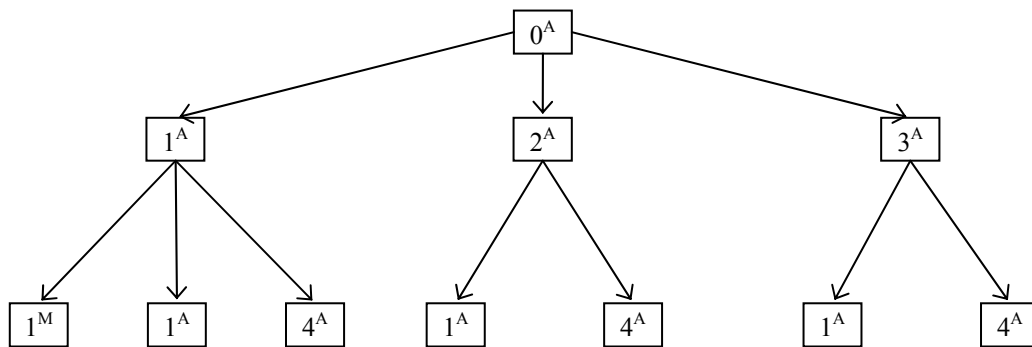


Μετά την απάντηση 1^A του B, ο A μπορεί να παίξει 1^M , 1^A ή 4^A .

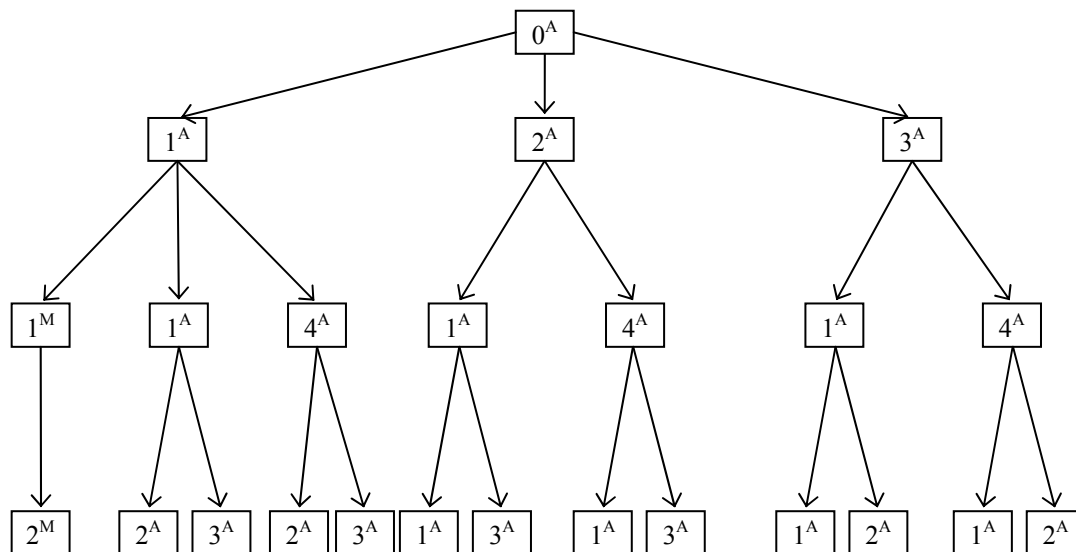
Μετά την απάντηση 2^A του B, ο A μπορεί να παίξει 1^A ή 4^A .

Τέλος μετά την απάντηση 3^A του B, ο A μπορεί να παίξει 1^A ή 4^A .

Το δένδρο του παιχνιδιού με 3 στρώσεις είναι το:



Τέλος, για κάθε δεύτερη κίνηση του A υπολογίζουμε τις δυνατές δεύτερες κινήσεις του B όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Βαθμολογούμε τα φύλλα με τη διαφορά του αθροίσματος της αξίας των φύλλων που έχει στα χέρια του ο B μείον το άθροισμα της αξίας των φύλλων που έχει στα χέρια του ο A. Είναι προφανές πως όσο μεγαλύτερη είναι η παραπάνω διαφορά, τόσο το καλύτερο για τον A, ενώ όσο μικρότερη είναι η παραπάνω διαφορά, τόσο το καλύτερο για τον B. Ειδικότερα, εάν η διαφορά αυτή είναι θετική, έχει κερδίσει ο A, αν είναι αρνητική έχει κερδίσει ο B και αν είναι 0 τότε έχουμε ισοπαλία. Άρα, με αυτό τον τρόπο βαθμολόγησης των φύλλων ο A είναι ο MAX και ο B είναι ο MIN. Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει ολόκληρη την ανάλυση και τον νικητή.

Το δένδρο ξεκινά με πρώτη κίνηση του MIN, μιας και η πρώτη κίνηση του MAX μας έχει ήδη δοθεί. Τελικά βλέπουμε ότι εάν και οι δύο παίκτες παίξουν σωστά, κερδίζει ο A (ως MAX) με διαφορά 1 βαθμού. Οι καλύτερες πρώτες κινήσεις για τον B (MIN) φαίνονται με παχιά γραμμή και σκιασμένα τετράγωνα.

